

УДК 656.7.052

## СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ ОПАСНЫХ СИТУАЦИЙ ПРИ ЗАХОДЕ САМОЛЕТА НА ПОСАДКУ ПЕРЕД НАЧАЛОМ СНИЖЕНИЯ ПО ГЛИССАДЕ

А.И. ЕРЕМИН, Г.Н. ЛЕБЕДЕВ, И.А. ЧЕХОВ

(Работа выполнена при поддержке РФФИ, грантов №15-08-00043 и №16-08-00070)

В статье предложен подход к организации непрерывного прогнозирующего контроля безопасности захода на посадку при гипотезе об оптимальном поведении при устранении опасных ситуаций, приведено решение задачи оптимального управления и контроля, основанное на базе динамического программирования, а также процедура компьютерного моделирования данного процесса. Компьютерное моделирование показало, что при неактивном контроле, значительно увеличивается функция риска. При использовании результатов компьютерного моделирования получено решение о выборе порога для функции риска. Решение задачи было получено при допущениях о стационарном оптимальном управлении и упрощенной динамике полета.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, метод динамического программирования, функция риска, аналитическое конструирование оптимальных регуляторов.

### ВВЕДЕНИЕ

Важнейшим вопросом эксплуатации авиационной техники является обеспечение безопасности полета, на которую негативно влияет ряд факторов. Среди них главное место занимает человеческий фактор, когда в особых критических ситуациях экипаж не успевает среагировать и предотвратить аварию.

Поэтому в помощь летчику на борту самолета должны быть установлены технические средства автоматического контроля безопасности полета, непрерывно выполняющие функции предупреждения и предотвращения опасных ситуаций, для чего в первую очередь необходимо прогнозировать их развитие.

Однако для осуществления точного прогноза управляемого полета нужно знать и учитывать особенности самого управления, возможности его различных способов, в том числе ручного или автоматического, экстренного или штатного, и в зависимости от этого использовать их для предотвращения опасности.

Принципиальной особенностью предложенного в данной работе подхода является осуществление прогноза при гипотезе об оптимальном устранении угрозы по назначенному интегральному критерию. Оптимальное управление находится с помощью метода динамического программирования [1–4], позволяющего при упрощающем предположении о динамике полета осуществить традиционное аналитическое конструирование оптимальных регуляторов – АКОР [2–4].

Кроме того, дополнительной замечательной особенностью динамического программирования, незамеченной многими исследователями, является способность оценить с помощью правой части уравнения Беллмана текущую функцию риска, которая обладает прогнозирующими функциями.

В данной работе формируется и решается задача непрерывного контроля захода самолета на посадку перед началом снижения по глиссаде, что относится к одному из ответственных режимов полета. Решение задачи осуществляется при следующей постановке.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1. Рассматривается продольное движение самолета при управлении высотой полета по заданной программе  $m_1(x)$  ее изменения, имеющей вид кусочно-линейной функции при заходе на посадку и показанной на рис. 1:

$$m_1(x) = \begin{cases} H_{\Pi}, & \text{при } x \geq \frac{H_{\Pi}}{\theta} \\ \theta x, & \text{при } x < \frac{H_{\Pi}}{\theta} \end{cases}, \quad (1)$$

где  $H_{\Pi}$  – заданная высота горизонтального полета перед снижением по глиссаде;  
 $\theta$  – заданный угол наклона траектории при снижении по глиссаде;  
 $x$  – текущая дальность до заданной точки приземления на ВПП.

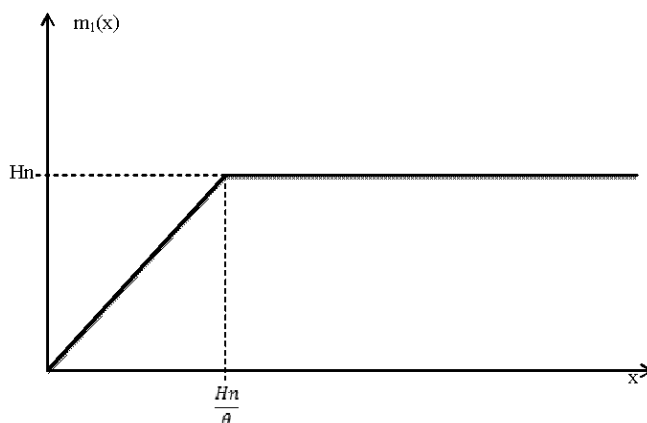


Рис. 1. Программа изменения высоты полета при посадке

В свою очередь, требуемая вертикальная скорость  $m_2(x)$  является кусочно-постоянной функцией.

$$m_2(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \geq \frac{H_{\Pi}}{\theta} \\ -V\theta, & \text{при } x < \frac{H_{\Pi}}{\theta} \end{cases}, \quad (2)$$

где  $V$  – заданная постоянная скорость горизонтального полета.

Ответственным моментом выполнения программы является начало снижения по глиссаде – при отставании или опережении точка приземления смещается, что представляет опасность при ограниченной длине ВПП и значительной длине пробега самолета.

2. На данном этапе исследования заданы упрощенные дифференциальные уравнения продольного движения.

$$f(x) = \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, & y_2 = H_0 \\ \dot{y}_2 = -a \cdot y_2 + b \cdot U, & y_2 = 0 \\ \dot{x} = -V, & x(0) > \frac{H_{\Pi}}{\theta} \end{cases}, \quad (3)$$

где  $y_1$  – текущее фактическое значение высоты,  
 $y_2$  – текущая вертикальная скорость,  
 $x$  – текущая дальность до точки приземления,  
 $U$  – синтезируемый сигнал управления,  
 $a$  и  $b$  – заданные коэффициенты при упрощенной динамике полета.

Целью упрощения является получение простой и пригодной для технической реализации аналитической формы вычисления функции риска как главной задачи, понимая при этом необходимость последующего синтеза закона управления высотой полета с помощью более полной математической модели объекта.

3. Задана квадратичная форма интегрального функционала  $J$  качества посадки, учитывающая штрафы за ошибки регулирования по положению  $(y_1 - m_1)$  и по скорости  $(y_2 - m_2)$ , а также штраф за квадрат управления, для которого прямое ограничение по модулю не учитывается.

$$J = \min \int_0^T [0,5l_1 \cdot (y_1 - m_1)^2 + 0,5l_2 \cdot (y_2 - m_2)^2 + 0,5U^2] dt, \quad (4)$$

где  $l_1, l_2$  – коэффициенты штрафов за ошибки регулирования, которые в данной работе описываются специальным образом.

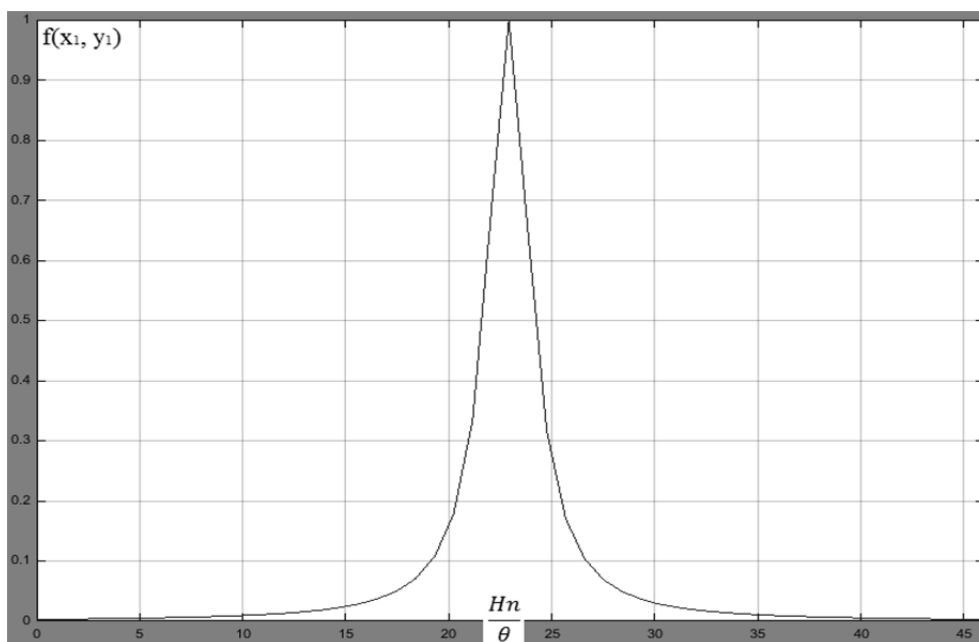


Рис. 2. Картина изменения переменной функции штрафов при изменении дальности

Ее поведение имитирует нарастание волнения и тревоги у летчика по мере приближения к моменту начала снижения по глиссаде.

$$\begin{aligned} l_1 &= r_1 \cdot f(x, y_1), \\ l_2 &= r_2 \cdot f(x, y_1), \\ f(x) &= \frac{1}{1 + \frac{(x - \frac{H_{II}}{\theta})^2 + (y_1 - m_1)^2}{d^2}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где коэффициенты  $r_1, r_2, d$  должны быть уточнены и назначены в результате моделирования системы управления, а  $f(x, y_1)$  – специальная функция, показанная на рис. 2.

4. Требуется провести синтез оптимального управления и, главное, аналитической формы прогнозирующей функции риска, подтвердив эффективность предложенного подхода с помощью компьютерного моделирования.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ФУНКЦИИ РИСКА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА АКОР

Согласно динамическому программированию условию оптимальности решения данной задачи соответствует следующее уравнение Беллмана в частных производных.

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_U \left[ \frac{0,5r_1(y_1 - m_1)^2 + 0,5r_2(y_2 - m_2)^2}{1 + \frac{(x - \frac{H_{II}}{\theta})^2 + (y_1 - m_1)^2}{d^2}} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_1} y_2 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_2} (-ay_2 + bU) + 0,5U^2 \right] = \min F(y_1, y_2, x), \quad (6)$$

где  $\varepsilon(y_1, y_2)$  – искомая функция Беллмана;

$F(y_1, y_2, x)$  – правая часть уравнения Беллмана, необходимая для вычисления функции риска в аналитической форме.

Для нахождения функции Беллмана  $\varepsilon$  зададимся традиционной для АКОР квадратичной формой зависимости от координат  $y_1$  и  $y_2$ , не учитывая в ней координату  $x$ , т. к. она меняется отдельно и независимо от  $y_1$ ,  $y_2$  и управления  $U$ .

$$\varepsilon = \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2 + 0,5\gamma_1 y_1^2 + 0,5\gamma_2 y_2^2 + \psi y_1 y_2, \quad (7)$$

где  $\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \psi$  – коэффициенты, которые надлежит определить.

Далее, по известной процедуре синтеза вычислим частные производные функций Беллмана  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial y_1}$  и  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial y_2}$  и подставим их в уравнение (6).

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial y_1} = \beta_1 + \gamma_1 y_1 + \psi y_2, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_2} = \beta_2 + \gamma_2 y_2 + \psi y_1,$$

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_U \left[ \frac{0,5r_1(y_1 - m_1)^2 + 0,5r_2(y_2 - m_2)^2}{1 + \frac{(x - \frac{H_{II}}{\theta})^2 + (y_1 - m_1)^2}{d^2}} + (\beta_1 + \gamma_1 y_1 + \psi y_2) y_2 + (\beta_2 + \gamma_2 y_2 + \psi y_1) (-ay_2 + bU) + 0,5U^2 \right]. \quad (8)$$

Выделяя из выражения (8) в квадратных скобках члены, зависящие от управления  $U$ , находим его оптимальное значение  $\hat{U}$ .

$$\frac{\partial}{\partial U} [(\beta_2 + \psi y_1 + \gamma_2 y_2) bU + 0,5U^2] = 0; \quad \hat{U} = -b(\beta_2 + \psi y_1 + \gamma_2 y_2). \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что для синтеза оптимального управления достаточно определить коэффициенты функции Беллмана  $\beta_2, \psi$  и  $\gamma_2$ . Для их нахождения представим левую и правую часть уравнения в виде степенного полинома второго порядка и приравняем множители при одинаковых степенях друг другу. Пользуясь стандартным приемом решения задачи в установившемся состоянии, когда  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$ , можно приближен-

но получить следующую систему алгебраических уравнений для множителей при  $y_1, y_2, y_2^2, y_1 y_2$ .

$$\begin{cases} r_1 - b^2 \psi^2 = 0, \\ 0,5 r_2 + \psi - a \gamma_2 - 0,5 b^2 y_2^2 = 0, \\ r_1 m_1 + b^2 \psi \beta_2 = 0, \\ \gamma_1 - a \psi - b^2 \gamma_2 \psi = 0, \\ r_2 m_2 - \beta_1 + a \beta_2 + b^2 \gamma_2 \beta_2 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Тогда из уравнения (1) системы (10) найдем  $\psi$ :

$$\psi = \frac{\sqrt{r_1}}{b}. \quad (11)$$

Из уравнения (2) системы (10) определим  $\gamma_2$  следующим образом:

$$\gamma_2 = \frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2 \cdot (r_2 + 2\psi)}}{b^2} \approx \frac{b\sqrt{r_2 + 2\psi} - a}{b^2}. \quad (12)$$

Из уравнения (3) можно определить  $\beta_2$ :

$$\beta_2 = -m_1 \frac{\sqrt{r_1}}{b}. \quad (13)$$

Полученных оценок (11–13) недостаточно для вычисления всей правой части уравнения Беллмана  $F$ , поэтому из уравнений (4) и (5) системы (10) доопределим  $\gamma_1$  и  $\beta_1$ .

$$\gamma_1 = b \psi \sqrt{2\psi}, \quad \beta_1 = r_2 m_2 - \frac{r_1 m_1}{b} \sqrt{\frac{2}{\psi}}. \quad (14)$$

Нужно подчеркнуть, что согласно гипотезе об установившемся состоянии в полученных формулах (11–14) была опущена зависимость  $l_1$  и  $l_2$  от дальности  $x$ , поэтому найденные оценки являются приближенными, а сам оптимальный регулятор – стационарным.

В заключение этого раздела подставим полученные оценки (11–14) в правую часть уравнения (8). Анализируя значимость отдельных слагаемых этого уравнения и пренебрегая частью из них, ввиду их малости для решаемой задачи, можно определить

$$\begin{aligned} F &= 0,5 l_1 (y_1 - m_1)^2 + 0,5 l_2 (y_2 - m_2)^2 - 0,5 U^2 + y_1 y_2 (\gamma_1 - a \psi) + y_2 (\beta_1 - a \beta_2) + y_2^2 (\psi - a \gamma_2) \approx \\ &\approx \frac{0,5 r_1 (y_1 - m_1)^2 + 0,5 r_2 (y_2 - m_2)^2}{1 + \frac{(x - \frac{H_{II}}{\theta})^2 + (y_1 - m_1)^2}{d^2}} - 0,5 U^2 + (y_1 - m_1)(y_2 - m_2)(\gamma_1 - a \psi). \end{aligned} \quad (15)$$

Последнее слагаемое в формуле (15) является новым результатом и отражает интересный факт – если знаки отклонений  $(y_1 - m_1)$  и  $(y_2 - m_2)$  по положению и скорости противоположны (а это соответствует ситуации уменьшения ошибок), то функция риска падает, и наоборот – при совпадении знаков риск растет, т.к. в этом случае возрастают модули ошибок, значит, формула (15) отражает физический смысл решаемой задачи, если множитель  $(\gamma_1 - a\psi)$  положителен. В свою очередь это зависит от правильности назначений коэффициентов штрафов  $r_1$  и  $r_2$ .

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ ПРИ ЗАХОДЕ НА ПОСАДКУ

Моделирование системы проводилось в среде Matlab. Блок-схема программирования представлена на рис. 3.

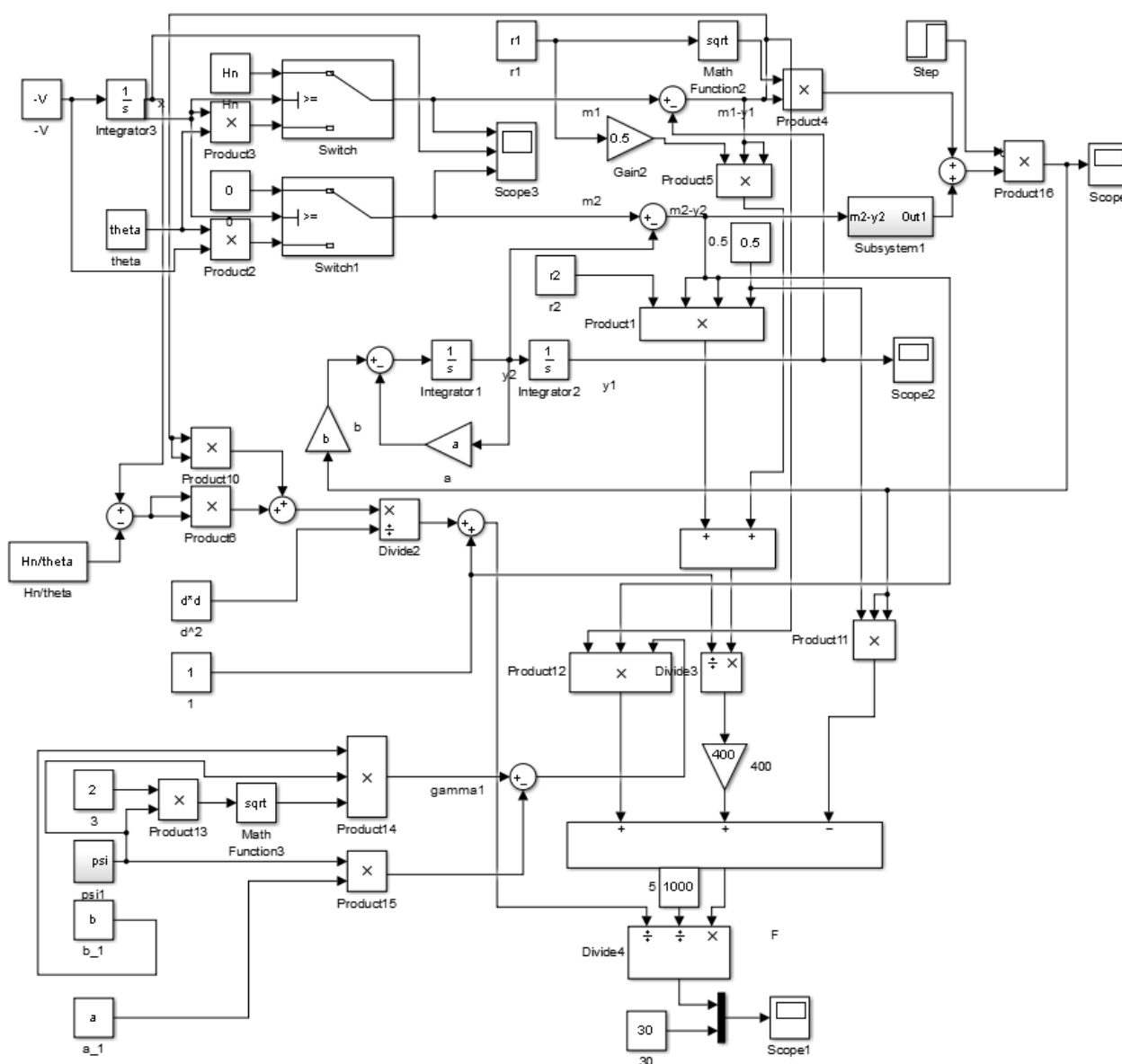


Рис. 3. Схема программы моделирования системы захода на посадку в среде Matlab

В схеме, изображенной на рис. 3, имеются две укрупненные подсистемы:  $\psi$  и  $\gamma$ , которые приведены на рис. 3, а и на рис. 3, б.

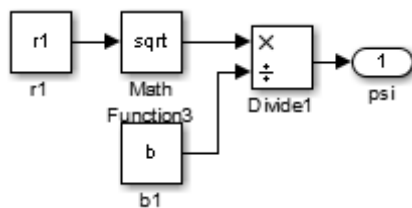
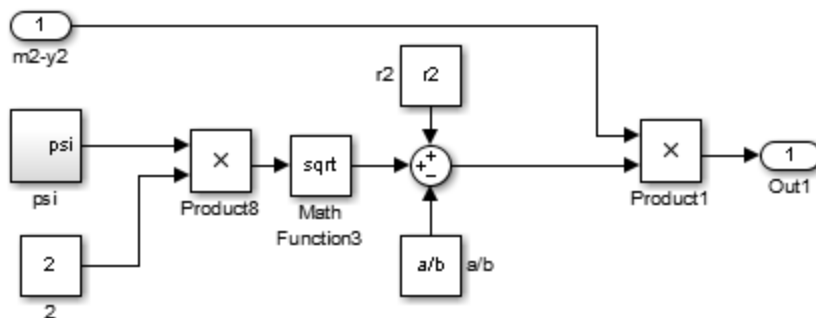
Рис. 3, а. Схема подпрограммы psi по вычислению  $\psi$ 

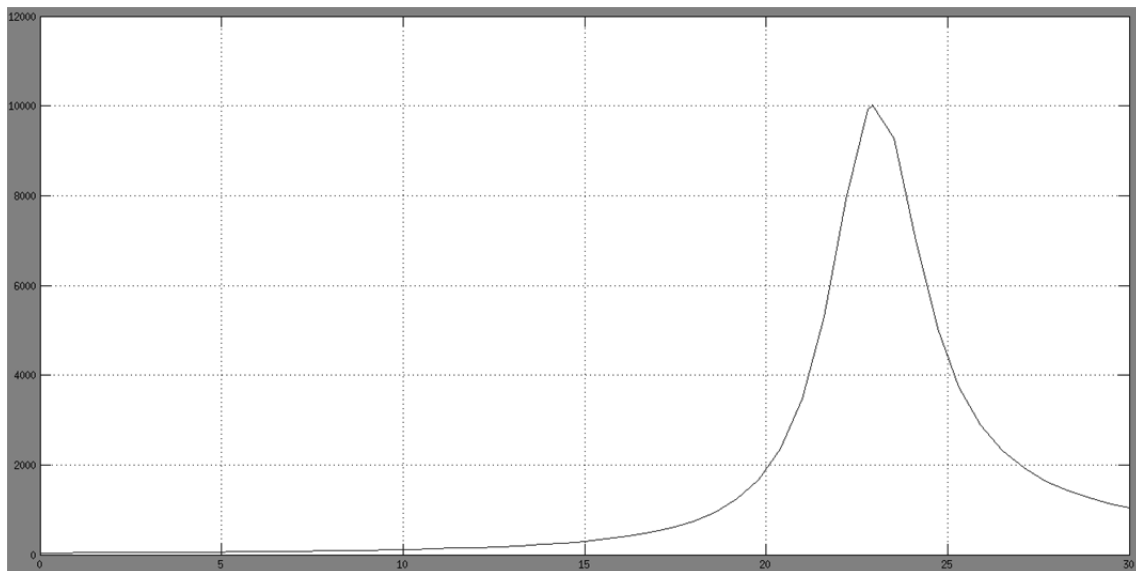
Рис. 3, б. Схема подпрограммы Subsystem1

Моделирование проводилось для трех случаев:

- при отсутствии управления при  $U = 0$ ;
- при непрерывном оптимальном управлении  $\hat{U}$ ;
- при задержке управления после пролета над точкой начала снижения.

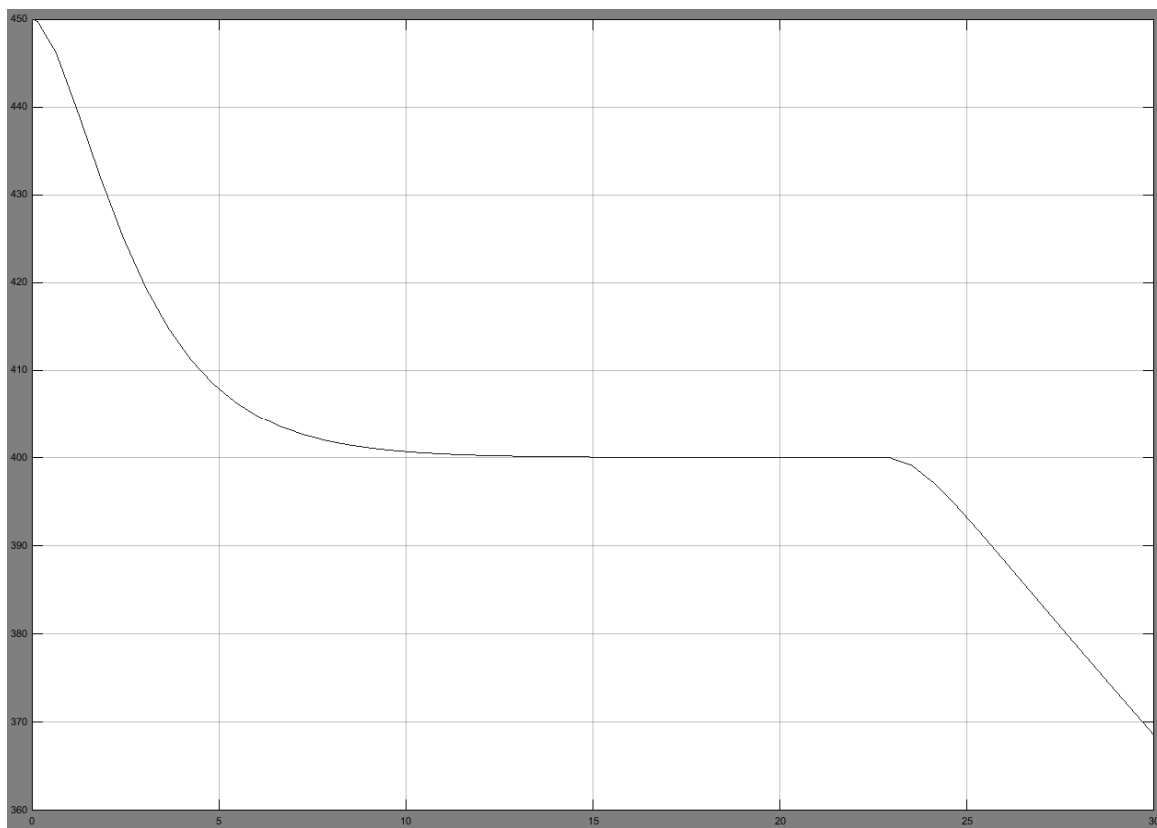
В качестве исходных данных были назначены следующие параметры:  $a = 0,25$ ;  $b = 0,1$ ;  $H_{\Pi} = 400$  м;  $V = 80$  м/с;  $\theta = 0,06$ ;  $y_1(0) = 450$ ;  $y_2(0) = 0$ ;  $x(0) = 10000$  м;  $r_1 = 25$ ;  $r_2 = 5$ .

В первом случае процесс стабилизации высоты  $y_1$  около требуемого значения  $H_{\Pi} = 400$  м не выполняется при  $U = 0$ , поэтому функция риска  $F$  неизбежно растет, как показано на рис. 4.

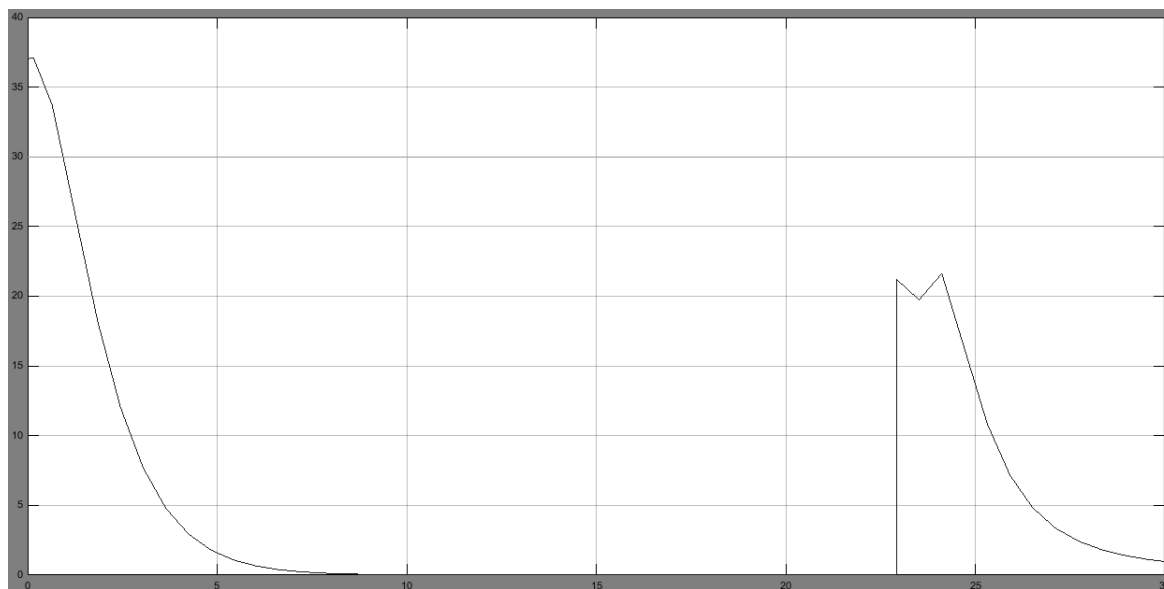
Рис. 4. График изменения риска при отсутствии активных действий при  $y_1(0) = 500$  м

На графике указан момент времени  $t_0 = \frac{x(0) - \frac{H_{\Pi}}{\theta}}{V} = 23$  с, соответствующий началу необходимого снижения по глиссаде, во втором случае максимум функции риска возникает

в начале устранения ошибки ( $y_1(0) - H_{II}$ ) и в точке начала снижения, как показано на рис. 5 и 6.



**Рис. 5.** График изменения высоты  $y_I$  и заданной программы  $t_I$  полета при оптимальном управлении



**Рис. 6.** График изменения функции риска при оптимальном управлении

Видно, что функция риска весьма мала, и сигнал предупредительной тревоги не требуется. В третьем случае имитируется задержка в оптимальных действиях, когда начало активного управления происходит позже момента начала снижения на  $\Delta t = 5$  с, а первоначальный полет происходил на желаемой высоте  $H_{II}$ .



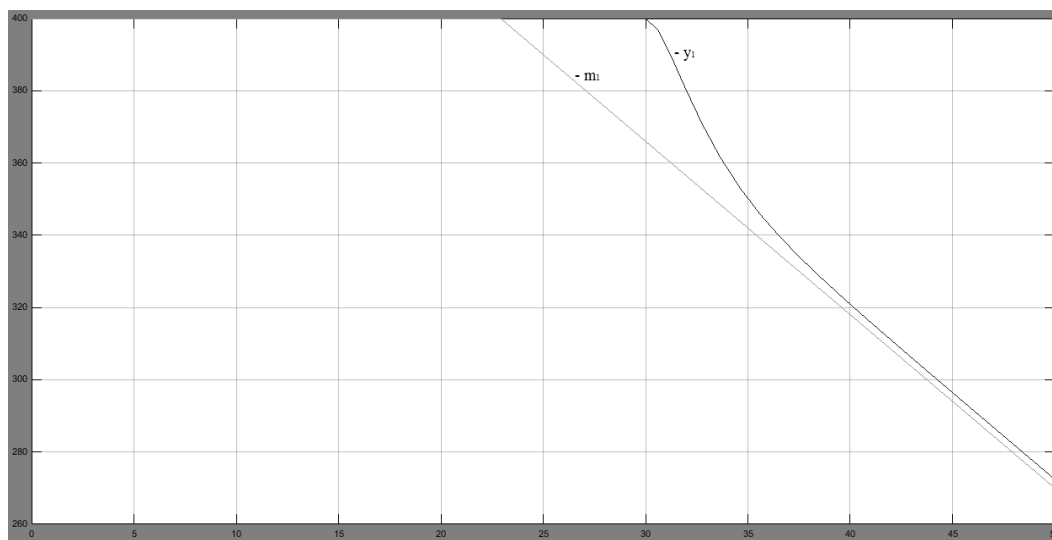


Рис. 7. График изменения высоты при запоздалом управлении

На рис. 7 видно, что процесс снижения по глиссаде опаздывает, поэтому функция риска  $F$  начинает быстро возрастать, как это показано на рис. 8.

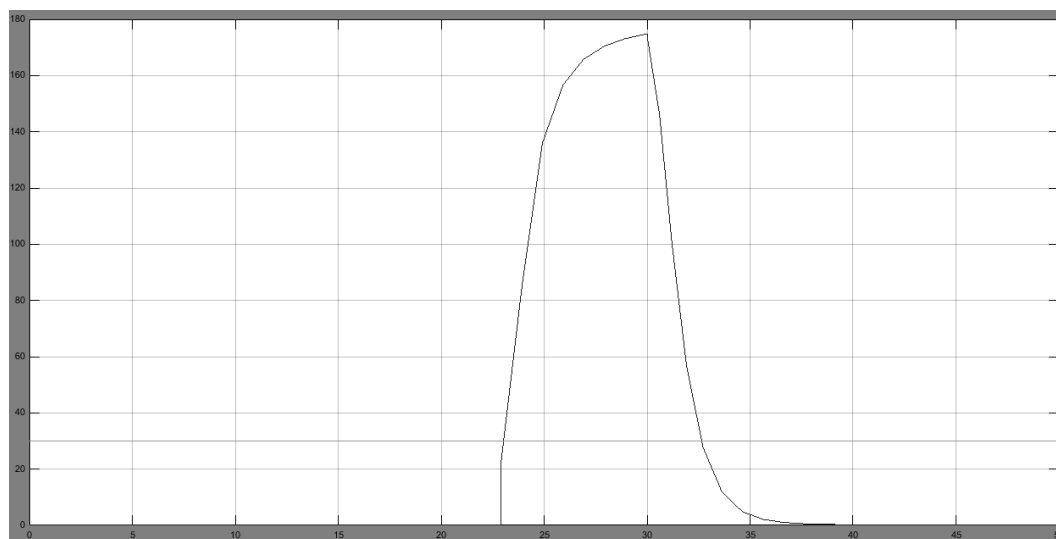


Рис. 8. График изменения функции риска при запоздалом управлении

Отсюда следует, что если назначить некоторый порог  $F_0$ , превышение которого соответствует сигналу предупредительной тревоги, то можно заранее предотвратить опасность задержки в управлении до возникновения необходимости ухода на повторный круг.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Предложен подход к организации непрерывного прогнозирующего контроля безопасности захода на посадку при гипотезе об оптимальном поведении при устранении опасных ситуаций по заданному критерию.

2. Решение задачи оптимального управления и контроля основано на базе динамического программирования, при этом новизна подхода состоит:

– в представлении сигнала тревоги при заходе на посадку в виде функции риска, равной правой части уравнения Беллмана;

– в использовании переменной функции штрафов за ошибки регулирования в зависимости от расстояния до точки начала снижения по глиссаде;

– в формуле вычисления функции риска есть слагаемое, учитывающее совпадение знаков отклонений по положению и скорости (риск растет) или их несовпадение (риск падает), что отвечает физическому смыслу решаемой задачи.

1. Компьютерное моделирование показало, что при неактивном или запоздалом управлении, функция риска сильно растет, а при оптимальном управлении весьма мала. Поэтому можно назначить некоторый порог, превышение которого будет соответствовать сигналу тревоги, предупреждающему необходимость нежелательного ухода на повторный круг.

2. Необходимо обратить внимание на вопрос правильного выбора порога для функции риска, воспользовавшись для этого результатами компьютерного моделирования.

3. Найденное решение задачи было получено при допущениях о стационарности оптимального регулятора управления упрощенной динамике полета и в виде переменной функции штрафов. Поэтому необходимо путем компьютерного моделирования уточнить параметры синтеза, в первую очередь величину порога предупредительной тревоги.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беллман Р. Динамическое программирование М.: Физматгиз, 1961.
2. Летов А.М. Динамика полета и управление М.: Наука, 1969.
3. Оптимальное управление и контроль безопасности поперечного движения воздушных и речных судов при пересечении их маршрутов // Г.Н. Лебедев, В.Б. Малыгин, Тин Пхон Чжо, Зо Мин Тайк. Новые технологии, мехатроника, автоматизация управления. 2012. № 12. С. 50–53.
4. Лебедев Г.Н., Тин Пхо Джо. Автоматизированная система управления и контроля безопасности попутного и поперечного движения группы воздушных судов при заходе на посадку // Вестник Пензенского государственного университета. 2014. № 1. С. 72–80.

### THE SYSTEM OF AUTOMATED AVOIDANCE OF HAZARDOUS SITUATIONS AT AIRCRAFT APPROACH BEFORE GLIDESLOPE DESCENT

Eremin A.I., Lebedev G.N., Chekhov I.A.

The article presents the attitude to the organization of continuous predictive control of approach safety under the hypothesis about the optimal behavior while eliminating dangerous situations. The task solution of the optimal control and monitoring based on dynamic programming as well as a computer modeling procedure of the present process has been given. Computer modeling showed that under an inactive or delayed control the risk function increases considerably. Some attention was drawn to the problem of the correct choice of the threshold for the risk function, using the results of computer simulation for this purpose. The solution of the problem was obtained under the assumptions of stationary optimal control and simplified flight dynamics.

**Key words:** optimal control, dynamic programming method, risk function, analytical design of optimal regulators.

### REFERENCES

1. Bellman R. Dynamic programming. Moscow. 1961.
2. Letov A.M. Flight Dynamics and Control. Moscow. 1969.
3. Lebedev G.N., Malygin V.B., Tin Phone Chzho, Zo Min Taik. Optimal control and safety control of the transverse movement of aircraft and sea vessels crossing their routes. New technologies, mechatronics, automation control. 2012. No. 12. Pp. 50–53.
4. Lebedev G.N., Tin Phone Chzho. Automated control system safety for associated motion and crossing motion while landing aircraft. Bulletin of Penza State University. 2014. No. 1. Pp. 72–80.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Еремин Андрей Игоревич**, инженер второй категории ФГУП «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем», электронный адрес. E-mail: aieremin@2100.gosniias.ru.

**Лебедев Георгий Николаевич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры Информационно-измерительные системы ЛА Московского авиационного института (Национального исследовательского университета), заслуженный деятель науки РФ, электронный адрес: kaf301@mai.ru.

**Чехов Игорь Анатольевич**, кандидат военных наук, доцент кафедры управления воздушным движением МГТУ ГА, электронный адрес: i.chegov@mstuca.aero.